LAMPIRAN – LAMPIRAN

Lampiran 1. Lembar Validasi Dosen 1

LEMBAR VALIDASI REFERENSI MODEL EPISTEMOLOGI BERDASARKAN ORGANISASI PRAKSEOLOGI SOAL KONEKSI MATEMATIS SUBBAB HIMPUNAN

Mata Pelajaran	: Matematika
Satuan Pendidikan	: SMP/MTS Kelas/Semester: VII/Satu
Materi Pokok	: Himpunan
Judul Penelitian	: Kajian Teori dan Teknologi Himpunan Berdasarkan Organisasi Prakseologi

Kompetensi Dasar

3.4 Menjelaskan himpunan, himpunan bagian, himpunan semesta, himpunan kosong, komplemen himpunan, dan melakukan operasi biner pada himpunan menggunakan masalah Kontekstual.

4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan himpunan, himpunan bagian, himpunan semesta, himpunan kosong, komplemen himpunan dan operasi biner pada himpunan.

A. Petunjuk

1. Mohon Bapak/Ibu/Sdr/i berkenan memberikan penilaian terhadap referensi model epistemologi yang berisi kajian teori dan teknologi fungsi eksponen yang telah peneliti susun.
2. Dimohon Bapak/Ibu/Sdr/i memberi nilai pada butir-butir penilaian dengan memberikan tanda (√) pada kolom skor sesuai dengan kriteria pedoman penilaian lembar validasi dengan bobot yang telah disediakan.

   Keterangan:

   1 = Belum valid (Tidak dapat digunakan)

   2 = Kurang valid (Dapat digunakan dengan revisi besar)

   3 = Valid (Dapat digunakan dengan revisi kecil)

   4 = Sangat valid (Dapat digunakan tanpa revisi)
3. Mohon saran Bapak/Ibu/Sdr/i jika perlu perbaikan atau revisi.

B. Penilaian Ditinjau dari Beberapa Indikator

No.	Indikator	Skor			
		1	2	3	4
1.	Kesesuaian dengan KD materi			√	
2.	Kesesuaian teori dan teknologi dengan konsep matematik			√	
3.	Kejelasan pengkategorian materi			√	
4.	Kejelasan pengkategorian teknologi			√	
Jumlah Skor		12			
Rata – rata Skor		3			

Penilaian Umum :

Kesimpulan secara umum terhadap instrumen penelitian

$0 \leq x \leq 1$ = Tidak dapat digunakan

$1 \leq x \leq 2$ = Dapat digunakan dengan revisi besar

$2 \leq x \leq 3$ = Dapat digunakan dengan revisi kecil

$3 \leq x \leq 4$ = Dapat digunakan tanpa revisi

C. Komentar dan Saran

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

………………………………………

Semarang, 6 Juni 2020

Validator,

Mochamad Abdul Basir, M.Pd.

NIK. 211312009

Lampiran 2. Lembar Validasi Dosen 2

LEMBAR VALIDASI REFERENSI MODEL EPISTEMOLOGI BERDASARKAN ORGANISASI PRAKSEOLOGI SOAL KONEKSI MATEMATIS SUBBAB HIMPUNAN

Mata Pelajaran	: Matematika
Satuan Pendidikan	: SMP/MTS Kelas/Semester: VII/Satu
Materi Pokok	: Himpunan
Judul Penelitian	: Kajian Teori dan Teknologi Himpunan Berdasarkan Organisasi Prakseologi

Kompetensi Dasar

3.4 Menjelaskan himpunan, himpunan bagian, himpunan semesta, himpunan kosong, komplemen himpunan, dan melakukan operasi biner pada himpunan menggunakan masalah Kontekstual.

4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan himpunan, himpunan bagian, himpunan semesta, himpunan kosong, komplemen himpunan dan operasi biner pada himpunan.

A. Petunjuk

1. Mohon Bapak/Ibu/Sdr/i berkenan memberikan penilaian terhadap referensi model epistemologi yang berisi kajian teori dan teknologi fungsi eksponen yang telah peneliti susun.
2. Dimohon Bapak/Ibu/Sdr/i memberi nilai pada butir-butir penilaian dengan memberikan tanda (√) pada kolom skor sesuai dengan kriteria pedoman penilaian lembar validasi dengan bobot yang telah disediakan.

   Keterangan:

   1 = Belum valid (Tidak dapat digunakan)

   2 = Kurang valid (Dapat digunakan dengan revisi besar)

   3 = Valid (Dapat digunakan dengan revisi kecil)

   4 = Sangat valid (Dapat digunakan tanpa revisi)
3. Mohon saran Bapak/Ibu/Sdr/i jika perlu perbaikan atau revisi.

B. Penilaian Ditinjau dari Beberapa Indikator

No.	Indikator	Skor

		1	2	3	4
1.	Kesesuaian dengan KD materi				√
2.	Kesesuaian teori dan teknologi dengan konsep matematik				√
3.	Kejelasan pengkategorian materi				√
4.	Kejelasan pengkategorian teknologi			√	
Jumlah Skor		15			
Rata – rata Skor		3.75			

Penilaian Umum :

Kesimpulan secara umum terhadap instrumen penelitian :

$0 \leq x \leq 1$ = Tidak dapat digunakan

$1 \leq x \leq 2$ = Dapat digunakan dengan revisi besar

$2 \leq x \leq 3$ = Dapat digunakan dengan revisi kecil

$3 \leq x \leq 4$ = Dapat digunakan tanpa revisi

C. Komentar dan Saran

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

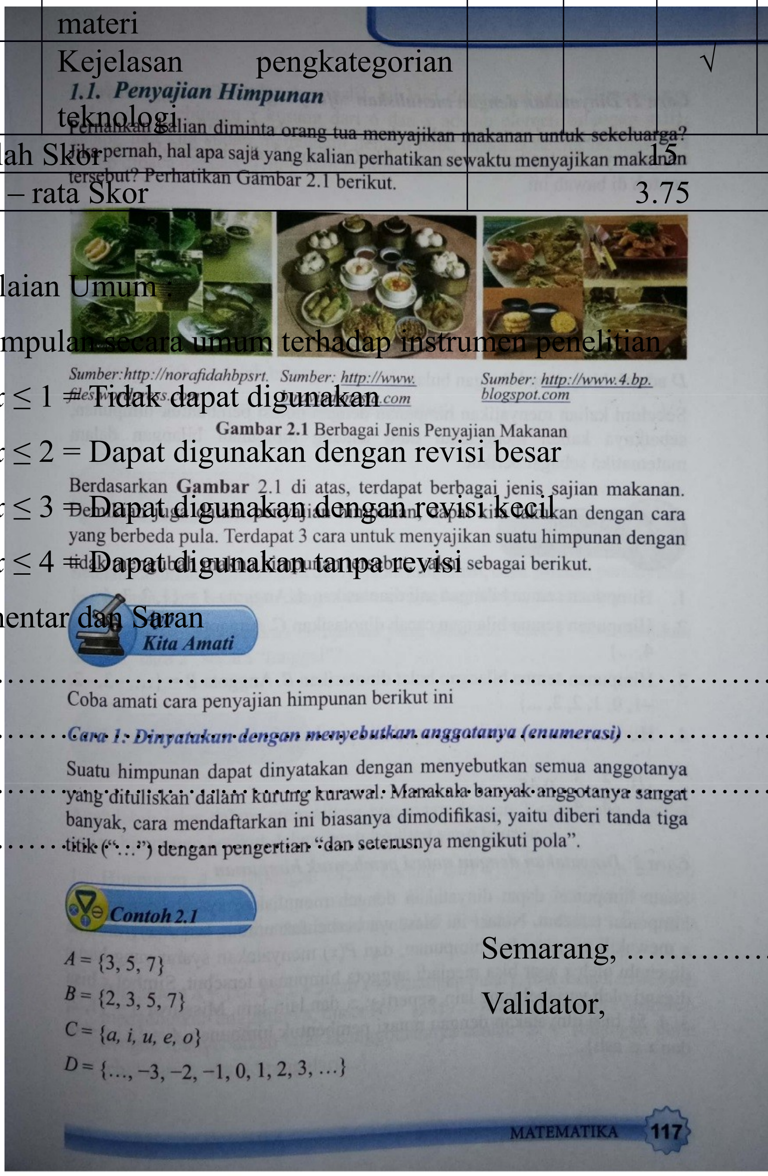
Semarang, ……………………..

Validator,

Mohamad Aminudin, M.Pd.

NIK. 211312010

Lampiran 3. Buku Sekolah Elektronik (BSE) matematika kelas VII SMP kurikulum 2013 revisi 2017



1.1. Penyajian Himpunan

Pernahkah kalian diminta orang tua menyajikan makanan untuk sekeluarga? Jika pernah, hal apa saja yang kalian perhatikan sewaktu menyajikan makanan tersebut? Perhatikan Gambar 2.1 berikut.

Sumber: http://norafidahbpsrt. Sumber: http://www. .com Sumber: http://www.4.bp.blogspot.com

Gambar 2.1 Berbagai Jenis Penyajian Makanan

Berdasarkan **Gambar** 2.1 di atas, terdapat berbagai jenis sajian makanan. Demikian juga penyajian himpunan dapat kita lakukan dengan cara yang berbeda pula. Terdapat 3 cara untuk menyajikan suatu himpunan dengan … sebagai berikut.

Ayo Kita Amati

Coba amati cara penyajian himpunan berikut ini

Cara 1: Dinyatakan dengan menyebutkan anggotanya (enumerasi)

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan semua anggotanya yang dituliskan dalam kurung kurawal. Manakala banyak anggotanya sangat banyak, cara mendaftarkan ini biasanya dimodifikasi, yaitu diberi tanda tiga titik ("…") dengan pengertian "dan seterusnya mengikuti pola".

Contoh 2.1

$A = \{3, 5, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{a, i, u, e, o\}$

$D = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

MATEMATIKA 117

Cara 2: Dinyatakan dengan menuliskan sifat yang dimiliki anggotanya

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan sifat yang dimiliki anggotanya. Perhatikan himpunan pada Contoh 2.1 dan bandingkan dengan contoh di bawah ini.

Contoh 2.2

A adalah himpunan semua bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8.

B adalah himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10.

C adalah himpunan semua huruf vokal dalam abjad Latin.

D adalah himpunan bilangan bulat.

Sebelum kalian menyajikan himpunan dengan notasi pembentuk himpunan, sebaiknya kalian mengetahui dulu tentang himpunan bilangan dalam matematika sebagai berikut.

Sedikit Informasi

1. Himpunan semua bilangan asli dinotasikan A. Anggota $A = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
2. Himpunan semua bilangan cacah dinotasikan C. Anggota $C = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
3. Himpunan semua bilangan bulat dinotasikan B. Anggota $B = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
4. Himpunan semua bilangan real dinotasikan R. Contoh bilangan Real: $\sqrt{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 0{,}45$

Cara 3: Dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menuliskan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Notasi ini biasanya berbentuk umum $\{x \mid P(x)\}$ dimana x mewakili anggota dari himpunan, dan $P(x)$ menyatakan syarat yang harus dipenuhi oleh x agar bisa menjadi anggota himpunan tersebut. Simbol x bisa diganti oleh variabel yang lain, seperti y, z, dan lain-lain. Misalnya $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ bisa dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan $A = \{x \mid x < 6$, dan $x \in$ asli$\}$.

Cara 2: Dinyatakan dengan menuliskan sifat yang dimiliki anggotanya

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menyebutkan sifat yang dimiliki anggotanya. Perhatikan himpunan pada Contoh 2.1 dan bandingkan dengan contoh di bawah ini.

Contoh 2.2

A adalah himpunan semua bilangan ganjil yang lebih dari 1 dan kurang dari 8.

B adalah himpunan semua bilangan prima yang kurang dari 10.

C adalah himpunan semua huruf vokal dalam abjad Latin.

D adalah himpunan bilangan bulat.

Sebelum kalian menyajikan himpunan dengan notasi pembentuk himpunan, sebaiknya kalian mengetahui dulu tentang himpunan bilangan dalam matematika sebagai berikut.

Sedikit Informasi

1. Himpunan semua bilangan asli dinotasikan A. Anggota $A = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
2. Himpunan semua bilangan cacah dinotasikan C. Anggota $C = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
3. Himpunan semua bilangan bulat dinotasikan B. Anggota $B = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
4. Himpunan semua bilangan real dinotasikan R. Contoh bilangan Real: $\sqrt{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, 0,45

Cara 3: Dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan menuliskan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Notasi ini biasanya berbentuk umum $\{x \mid P(x)\}$ dimana x mewakili anggota dari himpunan, dan $P(x)$ menyatakan syarat yang harus dipenuhi oleh x agar bisa menjadi anggota himpunan tersebut. Simbol x bisa diganti oleh variabel yang lain, seperti y, z, dan lain-lain. Misalnya $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ bisa dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan $A = \{x \mid x < 6$, dan $x \in$ asli$\}$.

1.2. Himpunan Kosong dan Himpunan Semesta

Ayo Kita Amati

Dalam keanggotaan himpunan, ada himpunan ynag tidak memiliki anggota, yang dinamakan dengan himpunan kosong. Dalam rangka memahami konsep himpunan kosong, coba kalian amati masalah dan alternatif pemecahannya berikut ini.

***Masalah** 2.1*

Empat orang siswa (Batara, Simon, Sudraja, dan Marsius) memiliki kesempatan sama untuk memenangkan suatu hadiah undian. Agar salah satu dari keempat siswa dipilih secara adil menjadi pemenang, maka panitia memberikan satu dari empat pertanyaan tentang himpunan yang tersedia dalam kotak undian. Keempat pertanyaan pada kotak undian itu adalah sebagai berikut

1. Menentukan himpunan bilangan cacah yang kurang dari 0;
2. Menentukan himpunan bilangan bulat yang lebih besar dari 0 dan kurang dari 1;
3. Menentukan himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi 2;
4. Menentukan himpunan bilangan prima yang merupakan bilangan genap.

Pemenangnya adalah siswa yang dapat menemukan paling sedikit satu anggota himpunannya.

Setelah pengundian, Batara mendapatkan pertanyaan nomor 2, Simon mendapat pertanyaan nomor 3, Sudraja mendapat pertanyaan nomor 1, dan Marsius mendapat pertanyaan nomor 4. Siapakah siswa yang kemungkinan menjadi pemenang? Berikan alasanmu.

Alternatif Pemecahan Masalah

Perhatikan keempat pertanyaan tersebut. Penyelesaian keempat pertanyaan itu adalah sebagai berikut.

1. Bilangan cacah yang kurang dari 0.

   Ingat kembali bilangan cacah yang telah kalian pelajari waktu SD? Anggota bilangan cacah yang paling kecil adalah 0, sehingga himpunan yang diperoleh Sudraja adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

Alternatif Penyelesaian

Himpunan Semesta yang mungkin dari himpunan A adalah

a. $S = \{1, 3, 5, 7\}$

b. $S = \{$bilangan ganjil$\}$

c. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

d. $S = \{$bilangan cacah$\}$

e. $S = \{$10 bilangan asli pertama$\}$

Ayo Kita Berbagi

Coba cocokkan jawaban menalarmu dengan temanmu sebangku dan diskusikan jika ada perbedaan.

1.3 Diagram Venn

Cara menyajikan himpunan juga bisa dinyatakan dengan gambar atau diagram yang disebut dengan Diagram Venn. Diagram Venn diperkenalkan oleh pakar matematika Inggris bernama ***John Venn*** (1834 – 1923). Petunjuk dalam membuat diagram Venn antara lain:

a. Himpunan semesta (S) digambarkan sebagai persegi panjang dan huruf S diletakkan di sudut kiri atas.

b. Setiap himpunan yang ada dalam himpunan semesta ditunjukkan oleh kurva tertutup sederhana.

c. Setiap anggota himpunan ditunjukkan dengan titik.

d. Bila anggota suatu himpunan mempunyai banyak anggota, maka anggota-anggotanya tidak perlu dituliskan.

Ayo Kita Amati

Amati penyajian diagram Venn dari contoh berikut.

1. Diagram Venn dari himpunan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ dan himpunan $B = \{4, 5, 6\}$ adalah sebagai berikut.

Kegiatan 2.2 Sifat-sifat Himpunan

2.1 Kardinalitas Himpunan

Ayo Kita Amati

Coba amati Masalah 2.3 berikut dan alternatif penyelesaiannya.

Masalah 2.3

Untuk merayakan hari ulang tahun Pak Zulkarnaen yang ke-50, dia mengajak istri dan ketiga anaknya makan di restoran. Setelah tiba di restoran mereka memesan makanan kesukaan masing-masing yang ada daftar menu restoran tersebut. Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, udang goreng, dan jus alpukat. Istrinya memesan ikan asam manis, bakso, dan jus terong belanda. Anak pertama Pak Zulkarnaen memesan ikan bakar, bakso, dan jus alpukat. Anak kedua memesan bakso dan jus terong belanda. Anak ketiganya memesan mie goreng dan jus sirsak.

1. Sebutkan anggota-anggota himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen.
2. Tuliskan seluruh anggota himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen.
3. Adakah anggota keluarga Pak Zulkarnaen yang memesan makanan yang sama? Jika makanan yang sama ditulis sekali, berapa banyak makanan berbeda yang dipesan oleh keluarga Pak Zulkarnaen?

Alternatif Pemecahan Masalah

1. Himpunan makanan kesukaan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah sebagai berikut.
   a. Himpunan makanan kesukaan Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat}.
   b. Himpunan makanan kesukaan istri Pak Zulkarnaen adalah {ikan asam manis, bakso, jus terong belanda}.

c. Himpunan makanan kesukaan anak pertama Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, bakso, jus alpukat}.

d. Himpunan makanan kesukaan anak kedua Pak Zulkarnaen adalah {bakso, jus terong belanda}.

e. Himpunan makanan kesukaan anak ketiga Pak Zulkarnaen adalah {mie goreng, jus sirsak}. Banyak anggota himpunannya adalah tiga.

Jika kalian perhatikan semua himpunan tersebut, banyak anggota himpunannya adalah 3.

2. Seluruh makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, ikan bakar, bakso, jus alpukat, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak.
3. Jika makanan yang sama dituliskan hanya satu kali, maka himpunan makanan yang dipesan keluarga Pak Zulkarnaen adalah {ikan bakar, udang goreng, jus alpukat, ikan asam manis, bakso, jus terong belanda, mie goreng, jus sirsak}. Banyak anggota himpunannya adalah 8.

Berdasarkan keterangan di atas, bilangan 3 dan 8 menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa

Kardinalitas Himpunan **adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan dan dinotasikan dengan $n(A)$.**

Sedikit Informasi

1. Himpunan hingga adalah himpunan yang memiliki anggota hingga (*finite set*)

   Contoh $A = \{1, 2, 3, 4\}$
2. Himpunan tak hingga adalah himpunan yang memiliki anggota tak hingga (*infinite set*).

   Contoh $B = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
3. Kardinalitas Himpunan hanya untuk himpunan yang hingga (*finite set*).

Untuk lebih jelasnya, tentang kardinalitas himpunan coba amati contoh berikut ini

2.2 Himpunan Bagian

Apakah kalian bagian dari siswa kelas VII SMP? Bagaimana dengan seluruh temanmu satu kelas, apakah mereka juga bagian dari siswa kelas VII SMP? Apakah siswa laki-laki di kelasmu merupakan himpunan bagian dari siswa kelas VII SMP?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, coba amati himpunan berikut

Ayo Kita Amati

Untuk menemukan konsep himpunan bagian, amati Masalah 2.4 dan alternatif penyelesaiannya.

Masalah 2.4

Seluruh siswa kelas VIIA SMP Taman Siswa berjumlah 32 orang yang terdiri dari 15 siswa laki-laki dan 17 siswa perempuan. 10 siswa laki-laki gemar sepak bola, 5 siswa laki-laki gemar bola voli, 9 siswa perempuan gemar menari, dan 8 siswa perempuan gemar menyanyi.

Tentukan semua himpunan bagian yang mungkin dari masalah tersebut dan gambarlah diagram Venn-nya.

Sumber: Kemdikud

Gambar 2. 3 Siswa Kelas VIIA

Alternatif Pemecahan Masalah

Jika S adalah himpunan semesta, A adalah himpunan siswa laki-laki, B adalah himpunan siswa perempuan, C adalah himpunan siswa laki-laki yang gemar sepak bola, D adalah himpunan siswa laki-laki yang gemar bola voli, E adalah himpunan siswa perempuan yang gemar menari, dan F adalah himpunan siswa perempuan yang gemar menyanyi, maka

2.3 Himpunan Kuasa

Ayo Kita Amati

Untuk memahami konsep himpunan Kuasa, coba amati dan cermati Masalah 2.6 beserta penyelesaiannya berikut ini.

Masalah 2.6

SMP Al Amin akan mempersiapkan dua orang siswanya, Ningsih dan Taufan untuk mengikuti olimpiade matematika SMP tingkat provinsi. Persyaratan untuk mengikuti olimpiade adalah sekolah boleh mengirimkan satu orang siswa atau lebih dan boleh tidak mengirimkan wakilnya untuk mengikuti olimpiade tersebut. Berapa banyak cara yang dilakukan SMP Al Amin untuk mengirimkan wakilnya mengikuti olimpiade matematika tersebut?

Alternatif Pemecahan Masalah

Banyak cara yang dilakukan SMP Al Amin dalam mengikuti olimpiade matematika tersebut adalah sebagai berikut.

- Cara pertama : Tidak mengirimkan siswa mengikuti olimpiade.
- Cara kedua : Hanya mengirimkan Ningsih mengikuti olimpiade.
- Cara ketiga : Hanya mengirimkan Taufan mengikuti olimpiade.
- Cara keempat : Mengirimkan Ningsih dan Taufan secara bersama-sama mengikuti olimpiade.

Maka, ada 4 cara pengiriman yang dapat dilakukan SMP Al Amin untuk mengikuti olimpiade tingkat provinsi.

Jika A adalah himpunan siswa SMP Al Amin yang akan mengikuti olimpiade matematika tingkat provinsi, maka $A = \{\text{Ningsih, Taufan}\}$.

Misalkan himpunan siswa yang akan dikirim mengikuti olimpiade dari keempat cara pengiriman adalah himpunan B untuk cara I, himpunan C untuk cara II, himpunan D untuk cara III, dan himpunan E untuk cara IV, maka

- Cara pertama : Himpunan $B = \{\ \}$
- Cara kedua : Himpunan $C = \{\text{Ningsih}\}$
- Cara ketiga : Himpunan $D = \{\text{Taufan}\}$
- Cara keempat : Himpunan $E = \{\text{Ningsih, Taufan}\}$

Semua himpunan bagian dari suatu himpunan dinamakan dengan himpunan Kuasa, sehingga dapat disimpulkan bahwa

Himpunan Kuasa dari himpunan A adalah himpunan-himpunan bagian dari A, dilambangkan dengan P(A). Banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan A dilambangkan dengan n(P(A)).

Banyaknya himpunan bagian yang mempunyai n anggota ternyata mempunyai hubungan dengan pola bilangan pada segitiga Pascal, yang digambarkan sebagai berikut.

Ayo Kita Amati

Coba amati banyaknya himpunan bagian dengan pola bilangan pada segitiga Pascal berikut ini.

1 ← untuk himpunan bagian dari { }

1 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a\}$

1 2 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a, b\}$

1 3 3 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a, b, c\}$

1 4 6 4 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a, b, c, d\}$

1 5 10 10 5 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a, b, c, d, e\}$

1 6 15 20 15 6 1 ← untuk himpunan bagian dari $\{a, b, c, d, e, f\}$

banyak himpunan bagian dengan 5 anggota

banyak himpunan bagian dengan 4 anggota

banyak himpunan bagian dengan 3 anggota

banyak himpunan bagian dengan 2 anggota

banyak himpunan bagian dengan 1 anggota

Misalkan A himpunan dan $P(A)$ adalah himpunan kuasa A. Jika $n(A) = n$ dengan n bilangan cacah, maka $n(P(A)) = 2^n$

Ayo Kita Berbagi

Diskusikan jawaban kalian dengan temanmu dan presentasikan jika sudah benar.

Ayo Kita Berlatih 2.5

1. Tentukan semua himpunan bagian dari $A = \{a, b, c\}$
2. Tentukan semua himpunan bagian dari $M = \{x \mid 2 \leq x \leq 6\}$
3. Tentukan himpunan kuasa dari himpunan berikut.
   a. $A = \{1, 2, 3, 4\}$
   b. $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   c. $C = \{1, 2, ..., 7, 8\}$
4. Tentukan semua himpunan bagian dari $K = \{p, q, r, s, t\}$ yang memiliki
   a. Dua anggota
   b. Tiga anggota
   c. Empat anggota
5. Tentukan semua himpunan bagian dari $Y = \{$bilangan prima lebih dari 6 dan kurang dari 25 $\}$ yang memiliki
   a. Dua anggota
   b. Tiga anggota
   c. Empat anggota

2.4 Kesamaan dua Himpunan

Ayo Kita Amati

Kapan dua himpunan dikatakan sama? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, coba amati tabel berikut ini

No.	Himpunan A	Himpunan B	Sama/Tidak sama
1.	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	Sama
2.	$\{3, 2, 1\}$	$\{1, 2, 3\}$	Sama
3.	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3\}$	Tidak sama
4.	$\{a, b, c\}$	$\{1, 2, 3\}$	Tidak sama
5.	$\{a, b, c, d\}$	$\{d, a, b, c\}$	Sama
6.	$\{p, q, r, s\}$	$\{p, r, s, q\}$	Sama
7.	$\{p, q, r\}$	$\{p, r, s, p\}$	Tidak sama
8.	$\{a, b, c, d\}$	$\{a, b, c, d, ...\}$	Tidak sama

Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan tentang dua himpunan dikatakan sama dan tidak sama, misalnya Mengapa contoh nomor 8 termasuk himpunan tidak sama?

Ayo Kita Menggali Informasi

selidiki Contoh 2.7 berikut alternatif penyelesaiannya.

Contoh 2.7

Diketahui himpunan $A = \{h, a, r, u, m\}$ dan $B = \{m, u, r, a, h\}$.

a. Selidiki apakah $A \subset B$?
b. Selidiki apakah $B \subset A$?
c. Perhatikan anggota himpunan A dan B, kesimpulan apa yang bisa kamu temukan?
d. Apakah A ekivalen B?

Alternatif Penyelesaian

a. Untuk menyelidiki apakah $A \subset B$, maka kita periksa apakah semua anggota himpunan A adalah anggota himpunan B.
   - $h \in A$ dan ternyata $h \in B$
   - $a \in A$ dan ternyata $a \in B$
   - $r \in A$ dan ternyata $r \in B$
   - $u \in A$ dan ternyata $u \in B$
   - $m \in A$ dan ternyata $m \in B$

   Karena semua anggota himpunan A ada di himpunan B maka $A \subset B$.
b. Untuk menyelidiki apakah $B \subset A$, maka kita periksa apakah setiap anggota himpunan B apakah ada pada anggota himpunan A.
   - $m \in B$ dan ternyata $m \in A$
   - $u \in B$ dan ternyata $u \in A$
   - $r \in B$ dan ternyata $r \in A$
   - $a \in B$ dan ternyata $a \in A$
   - $h \in B$ dan ternyata $h \in A$

   Karena semua anggota himpunan B ada di himpunan A maka $B \subset A$.
c. Karena $A \subset B$ dan $B \subset A$, maka $A = B$.

   Kerena kardinalitas himpunan A sama dengan kardinalitas himpunan B atau $n(A) = n(B)$, maka himpunan A ekuivalen dengan himpunan B. Jadi dua himpunan yang sama pasti ekivalen, tapi dua himpunan yang ekivalen, belum tentu sama.

   Jadi, dapat disimpulkan sebagai berikut.

- ***Dua himpunan A dan B dikatakan sama jika dan hanya jika $A \subset B$ dan $B \subset A$, dinotasikan dengan $A = B$.***
- **Jika $n(A) = n(B)$, maka himpunan A ekuivalen dengan himpunan B.**

Kegiatan 2.3 — Operasi Himpunan

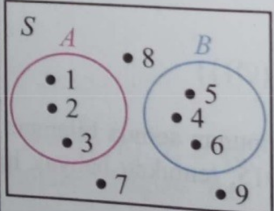
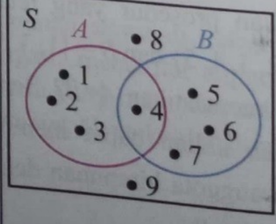
Selama ini kalian mengenal operasi dalam bilangan. Sama seperti bilangan, himpunan-himpunan juga bisa dioperasikan satu sama lain. Operasi-operasi himpunan itu mencakup: (1) Irisan, (2) Gabungan, (3) Selisih, dan (4) Komplemen.

3.1 *Irisan (Intersection)*

Ayo Kita Amati

Untuk mengetahui apa itu irisan dan gabungan dari dua himpunan, coba amati hubungan dua himpunan dalam tabel berikut ini. Fokuskan pengamatan kalian pada irisan dari dua himpunan.

Tabel 2.1 Irisan dan gabungan dari dua himpunan

No.	Himpunan-himpunan	Diagram Venn	Irisan	Gabungan
1.	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6\}$ *A saling asing (disjoint) dengan B*		$A \cap B = \{\ \}$	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2.	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$ *A berpotongan (intersected) dengan B*		$A \cap B = \{4\}$	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

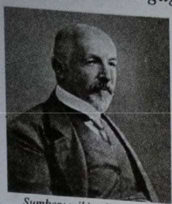
Lampiran 4. Buku teks matematika kelas VII SMP kurikulum 2013 revisi 2017 penerbit Erlangga

2.1 Pengertian dan Keanggotaan Suatu Himpunan

2.1.1 Pengertian Himpunan

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering mendengar atau menggunakan istilah-istilah kelompok, kumpulan, kelas, atau gugus untuk mengungkapkan suatu kumpulan objek atau benda tertentu, misalnya:

1. *Kelompok* pecinta alam Jakarta mendaki Gunung Gede.
2. *Kumpulan* hewan bertulang belakang (*vertebrata*).
3. Penonton pertandingan sepak bola *kelas* I membayar Rp50.000.
4. Umur suatu *gugus* bintang dapat diperkirakan oleh ahli astronomi.



Sumber: wikipediaondvd.com

Georg Cantor

Istilah *kelompok*, *kumpulan*, *kelas*, maupun *gugus* dalam matematika dikenal dengan istilah **himpunan**. Konsep tentang himpunan pertama kali dikemukakan oleh seorang matematikawan berkebangsaan *Jerman*, yaitu ***Georg Cantor*** yang hidup antara tahun 1845–1918.

Himpunan adalah ***kumpulan benda-benda*** yang ***didefinisikan*** (***diberi batasan***) dengan ***jelas***.

Dalam hal ini, yang dimaksud *didefinisikan dengan jelas* adalah dapat ditentukan dengan tegas, benda apa saja yang *termasuk* dan yang *tidak termasuk* dalam suatu himpunan yang diketahui. Benda-benda yang termasuk dalam suatu himpunan disebut *anggota*, *elemen*, atau *unsur* dari suatu himpunan. Untuk selanjutnya dipergunakan istilah ***anggota*** atau ***elemen***.

Berdasarkan definisi himpunan di atas, maka suatu kumpulan atau kelompok benda *belum tentu* merupakan suatu himpunan.

Contoh

1. Kumpulan hewan berkaki empat.
   Yang merupakan *anggota*, misalnya: *kerbau*, *kuda*, *sapi*.
   Yang *bukan anggota*, misalnya: *ayam*, *itik*.
   Jadi, kumpulan di atas adalah *himpunan*, karena jelas batasannya.
2. Kelompok bilangan yang merupakan faktor dari 12.
   Yang merupakan *anggota* adalah 1, 2, 3, 4, 6, dan 12.
   Yang *bukan anggota*, misalnya: 5, 7, 8, 9, 10, 11.
   Jadi, kelompok di atas adalah *himpunan*, karena jelas batasannya.
3. Kumpulan siswa di kelasmu yang berbadan tinggi.
   Pengertian tinggi tidak jelas harus berapa cm batasannya.
   Karena *tidak jelas* batasannya, maka kumpulan tersebut *bukan* himpunan.

Contoh 1 dan 2 merupakan ***himpunan***, sebab dapat disebutkan dengan *tegas* benda yang merupakan *anggota* dan yang *bukan anggota* kelompok tersebut.

Pada contoh 3, batasannya *tidak jelas*. Oleh karena itu, contoh tersebut *bukan* merupakan himpunan. Jadi, kumpulan atau kelompok *tidak* dapat disebut himpunan jika batasannya *tidak jelas*.

Latihan 1

1. Di antara kelompok atau kumpulan berikut, manakah yang merupakan suatu himpunan? Berilah alasannya!
   a. Kelompok bilangan cacah.
   b. Kelompok bilangan besar.
   c. Kelompok bilangan asli genap yang habis dibagi 5.
   d. Kumpulan lukisan yang indah.
   e. Kumpulan siswa pandai di kelasmu.
   f. Kumpulan siswa di kelasmu yang berumur kurang dari 11 tahun.
   g. Kumpulan hewan berkaki dua.
   h. Kelompok warna yang menarik.
2. Buatlah 4 contoh kelompok atau kumpulan yang merupakan himpunan, kemudian tulislah masing-masing tiga anggotanya!
3. Buatlah 3 contoh kelompok atau kumpulan yang *bukan* merupakan himpunan!
4. Sebutkan 5 anggota dari masing-masing himpunan berikut!
   a. Himpunan alat tulis.
   b. Himpunan kendaraan bermotor.
   c. Himpunan bilangan cacah genap.
   d. Himpunan binatang buas.
   e. Himpunan nama-nama jenis burung.

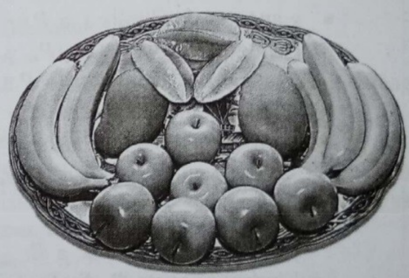
2.1.2 Anggota Himpunan dan Lambangnya

Dalam bahasan pengertian himpunan, telah dibicarakan tentang keanggotaan suatu himpunan. Setiap benda yang termasuk dalam suatu himpunan disebut *anggota, elemen*, atau *unsur*.

Perhatikan Gambar 2.1 di samping!

Di atas piring terdapat buah-buahan, yaitu pisang, apel, belimbing, dan mangga. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa:

- pisang termasuk dalam kelompok buah-buahan dalam piring,
- apel termasuk dalam kelompok buah-buahan dalam piring,
- mangga termasuk dalam kelompok buah-buahan dalam piring,
- belimbing termasuk dalam kelompok buah-buahan dalam piring.



Sumber gambar: Dokumen Penulis

Gambar 2.1

Meskipun di atas piring itu terdapat 5 buah pisang, 8 buah apel, 3 buah belimbing, dan 2 buah mangga, tapi pada *penulisan* keanggotaan himpunan, untuk tiap-tiap kelompok buah itu hanya ditulis *satu anggota* saja. Jadi, anggota yang *sama* hanya ditulis *satu kali.*

Himpunan dapat dinyatakan dengan menggunakan tanda ***kurung kurawal*** dan biasanya diberi nama dengan menggunakan ***huruf kapital***, misalnya A, B, C, D, dan seterusnya sampai Z.

Misalkan himpunan buah-buahan di atas piring pada Gambar 2.1 diberi nama B, maka:

$$B = \{\textbf{pisang, apel, mangga, belimbing}\}.$$

Dengan demikian, dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Karena pisang termasuk dalam himpunan B, maka *pisang* anggota himpunan B.
2. Karena apel termasuk dalam himpunan B, maka *apel* anggota himpunan B.
3. Karena mangga termasuk dalam himpunan B, maka *mangga* anggota himpunan B.
4. Karena belimbing termasuk dalam himpunan B, maka *belimbing* anggota himpunan B.

2.2 Menyatakan Suatu Himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan *tiga cara* berikut:

1. Dengan kata-kata atau sifat keanggotaan.
2. Dengan notasi pembentuk himpunan.
3. Dengan mendaftar anggota-anggotanya.

2.2.1 Menyatakan Himpunan dengan Kata-kata atau Sifat Keanggotaan

Menyatakan himpunan dengan *kata-kata* atau *sifat keanggotaan* himpunan sangat bermanfaat untuk himpunan yang memiliki anggota *sangat banyak* dan *tak beraturan*, karena kita akan mengalami kesulitan ketika harus menuliskan semua anggota-anggotanya satu demi satu.

Untuk menyatakan himpunan dengan kata-kata, perhatikan *kesamaan sifat* yang dimiliki anggota-anggota himpunan tersebut.

Contoh

1. A = {Senin, Selasa, Sabtu}.
Penulisan dengan kata-kata atau sifat keanggotaan himpunan adalah:
A = {nama hari dalam seminggu yang dimulai dengan huruf S}.

2. $C = \{23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$.
Penulisan dengan kata-kata atau sifat keanggotaan himpunan adalah:
C = {bilangan prima antara 20 dan 50}.

2.2.2 Menyatakan Himpunan dengan Notasi Pembentuk Himpunan

Menyatakan suatu himpunan dengan *notasi pembentuk himpunan* adalah menyatakan suatu himpunan hanya dengan *syarat keanggotaan* himpunan, yang dalam penulisannya menggunakan bentuk "$\{x \mid x \ldots\}$".

Contoh

1. Nyatakan himpunan $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dengan notasi pembentuk himpunan!
Jawab:
$A = \{x \mid x$ bilangan cacah kurang dari 6$\}$ ***atau*** $A = \{x \mid x < 6, x$ bilangan cacah$\}$.
$A = \{x \mid x < 6, x$ bilangan cacah$\}$ ***dibaca***:
"A adalah himpunan x, dengan x kurang dari 6 dan x adalah bilangan cacah."

2. Nyatakan himpunan $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dengan notasi pembentuk himpunan!
Jawab:
$B = \{y \mid y$ bilangan asli genap kurang dari 12$\}$, ***atau***
$B = \{y \mid 1 < y < 11, y$ bilangan asli genap$\}$, ***atau***
$B = \{y \mid 2 \leq y \leq 10, y$ bilangan asli genap$\}$.

3. Nyatakan himpunan $C = \{a, b, c, d\}$ dengan notasi pembentuk himpunan!

Jawab:

$C = \{p \mid p$ empat huruf pertama dalam abjad$\}$.

2.2.3 Menyatakan Himpunan dengan Mendaftar Anggota-anggotanya

Dengan cara ini, anggota-anggota himpunan ditulis dalam *kurung kurawal* dan *dipisahkan* dengan *tanda koma*. Pada penulisan himpunan dengan cara mendaftar anggota-anggotanya, jika ***semua*** anggota *dapat ditulis*, maka ***urutan*** penulisan ***boleh diabaikan***.

Contoh

1. P = {nama bulan dalam setahun yang diawali dengan huruf J}.
   Penulisan dengan mendaftar anggota-anggotanya adalah sebagai berikut.
   P = {Januari, Juni, Juli} ***atau*** P = {Juni, Januari, Juli}.
2. $Q = \{x \mid x < 5, x \in A\}$, dengan A adalah himpunan bilangan asli.
   Dengan mendaftar anggota-anggotanya, himpunan itu ditulis sebagai berikut.
   $Q = \{1, 2, 3, 4\}$ ***atau*** $Q = \{3, 1, 4, 2\}$.

Jika suatu himpunan mempunyai *anggota sangat banyak*, dan memiliki *pola tertentu*, maka penulisannya dapat dilakukan dengan menggunakan ***tiga buah titik***, dibaca "***dan seterusnya***".

Contoh

1. A = {bilangan asli}, dapat kita tuliskan sebagai:
   $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$.
2. J = {bilangan cacah ganjil kurang dari 100}, maka:
   $J = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots, 99\}$.
   Himpunan J *tidak boleh* ditulis $J = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$, sebab anggotanya *terbatas* hanya sampai 99.

Himpunan Berhingga dan Tak Berhingga

Perhatikan himpunan A dan J pada contoh di atas!

Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ memiliki banyak anggota yang *tak terbatas,* karena tidak diketahui bilangan berapa sebagai anggota yang terakhir. Oleh karena itu, himpunan seperti A yang banyak anggotanya tak berhingga disebut ***himpunan tak berhingga***.

Himpunan seperti $J = \{1, 3, 5, 7, \ldots, 99\}$ memiliki banyak anggota yang *terbatas,* karena bilangan pertama dan bilangan terakhir diketahui, yaitu 1 dan 99. Oleh karena itu, himpunan seperti J yang banyak anggotanya terbatas disebut ***himpunan berhingga.***

Dalam menyatakan himpunan, walaupun suatu himpunan lebih mudah atau lebih singkat bila dinyatakan dengan salah satu cara di atas, namun hampir semua himpunan dapat pula dinyatakan dengan ketiga cara tersebut seperti contoh berikut.

(i) (ii) (iii) (iv)

Gambar 2.3

Perhatikan Gambar 2.3 di atas!

(i) *Tipp-ex* yang ada di dalam keranjang diambil, himpunannya menjadi {selotif, *stapler*, *stabilo*}.

(ii) *Stabilo* yang ada di dalam keranjang diambil, himpunannya menjadi {selotif, *stapler*}.

(iii) Selotif yang ada di dalam keranjang diambil, himpunannya menjadi {*stapler*}.

(iv) *Stapler* yang ada di dalam keranjang diambil, himpunannya menjadi himpunan yang ***tidak mempunyai anggota*** yang disebut ***himpunan kosong***, ditulis dengan notasi **{ }** atau ∅.

Perhatikan!

{ } adalah himpunan yang ***tidak*** *mempunyai anggota*, dan

{0} adalah himpunan yang *mempunyai anggota*. *Banyak anggotanya* adalah 1, yaitu 0. Jadi, { } ***berbeda*** dengan {0}, *atau* **{ } ≠ {0}**.

> **Himpunan kosong** adalah himpunan yang ***tidak mempunyai anggota***, dapat ditulis dengan *notasi* atau *simbol* **{ }** ***atau*** ∅.

Contoh

1. Himpunan bilangan kuadrat antara 50 dan 60 adalah *himpunan kosong*, karena antara 50 dan 60 *tidak* terdapat bilangan kuadrat.
2. Himpunan nama hari dalam seminggu yang dimulai dengan huruf *J bukan himpunan kosong* karena ada nama hari yang dimulai dengan huruf *J*, yaitu Jumat.

2.4 Himpunan Semesta

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat *semua* anggota himpunan yang dibicarakan. Himpunan semesta disebut juga *semesta pembicaraan* atau *himpunan universum*. Lambang himpunan semesta adalah S.

Untuk memahami pengertian himpunan semesta, perhatikan himpunan-himpunan berikut!

1. S = {murid-murid di sekolahmu},
   A = {murid-murid di kelasmu}.
   Ternyata himpunan S memuat *semua* anggota himpunan A sehingga himpunan S merupakan *himpunan semesta* dari himpunan A.

2. B = {  }

   Himpunan-himpunan yang dapat memuat *semua* anggota himpunan B di antaranya adalah {hewan berkaki dua}, {hewan peliharaan}, atau {bangsa burung}.

Dengan demikian:
{hewan berkaki dua}, {hewan peliharaan}, dan {bangsa burung} merupakan *himpunan semesta* dari himpunan B.

3. $C = \{3, 5, 7\}$.
Himpunan-himpunan yang dapat memuat *semua* anggota himpunan C di antaranya adalah {bilangan ganjil}, {bilangan prima}, atau {bilangan asli}.

Dengan demikian:
{bilangan ganjil}, {bilangan prima}, dan {bilangan asli} merupakan *himpunan semesta* dari himpunan C.

Latihan 4

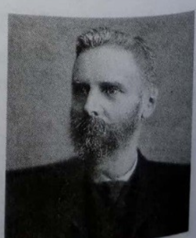
1. Di antara himpunan-himpunan berikut, manakah yang merupakan himpunan kosong?
   a. Himpunan bilangan cacah yang kurang dari 1.
   b. Himpunan siswa di kelasmu yang umurnya kurang dari 10 tahun.
   c. Himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi 2.
   d. Himpunan bilangan prima antara 30 dan 35.
   e. Himpunan nama bulan dalam setahun yang lamanya kurang dari 30 hari.
   f. Himpunan orang yang pernah ke bulan.
   g. Himpunan nama-nama arah mata angin yang huruf terakhirnya S.
   h. Himpunan bilangan prima yang habis dibagi 4.
2. Tentukan sebuah himpunan semesta untuk himpunan berikut!
   a. $\{a, b, c, d, e\}$. b. {3, 5, 7, 11}.
   c. {2, 4, 6, 8, 10}. d. {9, 16, 25, 36}
3. Tentukan sebuah himpunan semesta untuk himpunan berikut!
   a. {kucing, ayam, kelinci}.
   b. {besi, nikel, tembaga, perak}.
   c. {bumi, venus, merkurius}.
   d. {*processor*, *hard disk*, *CD rom*}
4. Tentukan dua himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan berikut!
   a. $\{a, i, u, o\}$. d. {2, 4, 16, 32}.
   b. {3, 9, 15, 21}. e. $\{b, d, g, h, p, w\}$.
   c. {11, 21, 31, 41}. f. {4, 16, 36, 64}
5. Tentukan tiga himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan berikut!
   a. {beruang, harimau, singa}
   b. {bus kota, bajaj, taksi}
   c. {persegi, belah ketupat, trapesium}

2.5 Diagram Venn

2.5.1 Membuat Diagram Venn

Pada Subbab 2.2 telah dipelajari bahwa himpunan dapat dinyatakan dengan kata-kata atau sifat keanggotaan, notasi pembentukan himpunan, dan dengan mendaftarkan anggota-anggotanya.

Pada bahasan ini, akan dipelajari cara lain untuk menyatakan suatu himpunan, yaitu dengan gambar atau diagram yang disebut ***diagram Venn***. Diagram ini diperkenalkan pertama kali oleh **John Venn**, ahli matematika berkebangsaan Inggris yang hidup pada tahun 1834–1923.

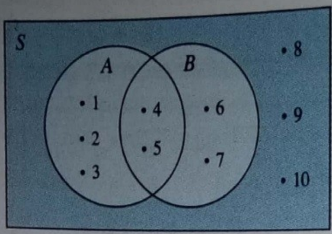


Sumber: wikipedia.org

John Venn

Latihan 6

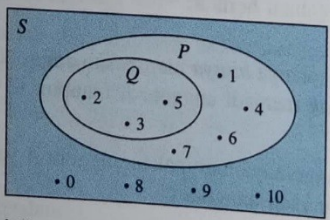
1.



Dari diagram Venn di atas, nyatakan himpunan berikut dengan mendaftar anggotanya!

a. Himpunan *A*.
b. Himpunan *B*.
c. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *A dan B*.
d. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *A atau B*.
e. Himpunan yang anggotanya *hanya* menjadi anggota *A*.

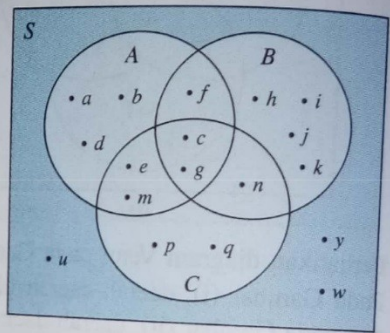
2.



Dari diagram Venn di atas, nyatakan himpunan berikut dengan mendaftar anggotanya!

a. Himpunan *P*.
b. Himpunan *Q*.
c. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *P dan Q*.
d. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *P atau Q*.
e. Himpunan yang anggotanya *hanya* menjadi anggota *P*.

3.



Dari diagram Venn di atas, nyatakan himpunan berikut dengan mendaftar anggotanya!

a. Himpunan *A*.
b. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *A* dan *C*.
c. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *B* tetapi *tidak* menjadi anggota *C*.
d. Himpunan anggota *S* yang menjadi anggota *A* dan sekaligus menjadi anggota *B* maupun *C*.
e. Himpunan anggota *S* yang *tidak* menjadi anggota *A* maupun *C*.

2.6 Himpunan Bagian

2.6.1 Pengertian Himpunan Bagian

Untuk memahami pengertian himpunan bagian, perhatikan himpunan-himpunan berikut!

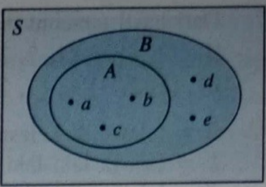
$A = \{a, b, c\}$.
$B = \{a, b, c, d, e\}$.

Dari kedua himpunan di atas, ternyata *setiap anggota A*, yaitu *a*, *b*, dan *c* menjadi anggota *B*. Dalam hal ini, dikatakan bahwa *A* adalah **himpunan bagian** dari *B*. Diagram Venn-nya ditunjukkan pada gambar berikut.

Pada diagram Venn Gambar 2.7 di samping, ternyata himpunan A *termuat* di dalam B.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Himpunan A merupakan **himpunan bagian** dari B, bila ***setiap anggota A menjadi anggota B***, ditulis dengan notasi $A \subset B$.



Gambar 2.7

Dari diagram Venn pada Gambar 2.7, dapat juga dikatakan bahwa himpunan B memuat A, ditulis dengan notasi $B \supset A$.

$A \subset B$ dibaca "*A himpunan bagian* dari *B*".

$B \supset A$ dibaca "*himpunan B memuat A*".

Contoh

1. Diketahui himpunan-himpunan berikut.
   $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
   $B = \{\text{anggota } A \text{ yang genap}\}$.
   $C = \{\text{anggota } A \text{ yang lebih dari } 3\}$.
   Tentukan hubungan himpunan B dan C terhadap A!

   Jawab:
   - $B = \{2, 4\}$, maka $\{2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ *atau* $B \subset A$.
   - $C = \{4, 5\}$, maka $\{4, 5\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ *atau* $C \subset A$.

2. Untuk himpunan $H = \{a, b, c, d\}$, tulislah himpunan-himpunan bagian dari himpunan H berikut!
   a. Mempunyai 2 anggota. **b.** Mempunyai 3 anggota.

   Jawab:
   a. Himpunan bagian dari H yang mempunyai 2 anggota adalah:
   $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}$,
   $\{b, c\}, \{b, d\}$,
   $\{c, d\}$.
   b. Himpunan bagian dari H yang mempunyai 3 anggota adalah:
   $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$.

a. *Himpunan A sebagai Himpunan Bagian dari A*

Selanjutnya, bagaimana hubungan suatu himpunan dengan himpunan itu sendiri? Untuk memahami hal tersebut, ikuti uraian berikut!

1. Dari himpunan $M = \{1, 2, 3\}$, dapat dibentuk himpunan bagian dari himpunan M berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya, yaitu:
   a. $\{x \mid x > 1, x \in M\}$ yaitu $\{2, 3\}$,
   b. $\{x \mid x < 4, x \in M\}$ yaitu $\{1, 2, 3\}$.

Dari hasil tersebut dapat dinyatakan hubungan berikut:

i) $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$ *atau* $\{2, 3\} \subset M$.

ii) $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3,\}$ *atau* $M \subset M$. . . . . **(1)**

2. K = {siswa di kelasmu}.
L = {siswa laki-laki di kelasmu}.
P = {siswa di kelasmu yang mengikuti pelajaran matematika}.

Dari himpunan-himpunan di atas, dapat dinyatakan:

i) Setiap anggota L menjadi anggota K, maka $L \subset K$.

ii) Setiap anggota P menjadi anggota K, maka $P \subset K$.

Himpunan siswa di kelasmu yang mengikuti pelajaran matematika juga merupakan himpunan siswa di kelasmu, sehingga himpunan K dan P merupakan himpunan yang *sama*.

Karena $K = P$ dan $P \subset K$, maka $K \subset K$. . . . . **(2)**

Berdasarkan hasil (1) dan (2), diperoleh hubungan-hubungan berikut.

I. $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$, atau $M \subset M$,

II. $K \subset K$.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

> **Setiap himpunan** adalah ***himpunan bagian*** dari ***himpunan itu sendiri***.
> Jadi, untuk sembarang himpunan A, selalu berlaku $\mathbf{A \subset A}$.

Contoh

Diketahui himpunan $P = \{m, a, r, g, i, n\}$ dan $Q = \{m, i, g, r, a, n\}$.

a. Apakah $P \subset Q$?

b. Apakah $Q \subset P$?

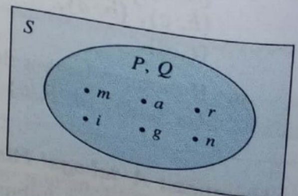
c. Kesimpulan apa yang dapat ditemukan dari kedua himpunan tersebut?

Jawab:

a. Semua anggota himpunan P, yaitu m, a, r, g, i, dan n menjadi anggota Q, maka $P \subset Q$.

b. Semua anggota himpunan Q, yaitu m, i, g, r, a, dan n menjadi anggota P, maka $Q \subset P$.

c. Karena $P \subset Q$ dan $Q \subset P$, maka terdapat hubungan satu-satu antara P dan Q. Dengan demikian, himpunan P dan Q merupakan himpunan yang sama.



Berdasarkan contoh di atas, dapat diambil kesimpulan berikut.

> **Untuk setiap himpunan, misalnya himpunan A dan B berlaku:**
> **Jika himpunan $A \subset B$ dan $B \subset A$, maka *himpunan* $A = B$.**

2.6.4 Himpunan Kuasa

Pada Subbab 2.6 telah dibahas tentang himpunan-himpunan bagian dari suatu himpunan dan banyak himpunan bagiannya. Jika $H = \{u, m, y\}$, maka himpunan-himpunan bagian dari H adalah sebagai berikut:

- Himpunan bagian yang *tidak* mempunyai anggota: $\varnothing$ atau $\{\ \}$.
- Himpunan bagian yang mempunyai 1 anggota: $\{u\}$, $\{m\}$, $\{y\}$.
- Himpunan bagian yang mempunyai 2 anggota: $\{u, m\}$, $\{u, y\}$, $\{m, y\}$.
- Himpunan bagian yang mempunyai 3 anggota: $\{u, m, y\}$.

Himpunan-himpunan bagian di atas dapat dihimpun menjadi sebuah himpunan baru, yaitu $\{\varnothing, \{u\}, \{m\}, \{y\}, \{u, m\}, \{u, y\}, \{m, y\}, \{u, m, y\}\}$. Himpunan seperti ini, yang beranggotakan semua himpunan bagian dari suatu himpunan disebut ***himpunan kuasa***. Dengan demikian, himpunan kuasa dari himpunan H memuat *semua himpunan bagian* dari H.

Himpunan kuasa dari himpunan H dapat dinyatakan dengan notasi $P(H)$ dan banyak anggota dari himpunan kuasa $P(H)$ dinyatakan dengan $n(P(H))$. Dengan demikian, untuk himpunan $H = \{u, m, y\}$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Himpunan kuasa dari himpunan H adalah:
   $P(H) = \{\varnothing, \{u\}, \{m\}, \{y\}, \{u, m\}, \{u, y\}, \{m, y\}, \{u, m, y\}\}$.
2. Banyak anggota dari himpunan kuasa H adalah:
   $n(P(H)) = 8$.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

> **Himpunan kuasa** dari himpunan H adalah himpunan yang ***memuat semua himpunan bagian*** dari H.
> Himpunan kuasa dari himpunan H ditulis dengan notasi $P(H)$.

Contoh

1. Tentukan himpunan kuasa dari $A = \{u, n, i, k\}$!

   Jawab:

   Himpunan-himpunan bagian dari A adalah:
   $\{\ \}$, $\{u\}$, $\{n\}$, $\{i\}$, $\{k\}$,
   $\{u, n\}$, $\{u, i\}$, $\{u, k\}$, $\{n, i\}$, $\{n, k\}$, $\{i, k\}$,
   $\{u, n, i\}$, $\{u, n, k\}$, $\{u, i, k\}$, $\{n, i, k\}$, $\{u, n, i, k\}$.

   Himpunan kuasa dari A adalah:
   $P(A) = \{\{\ \}, \{u\}, \{n\}, \{i\}, \{k\}, \{u, n\}, \{u, i\}, \{u, k\}, \{n, i\}, \{n, k\}, \{i, k\}, \{u, n, i\},$
   $\{u, n, k\}, \{u, i, k\}, \{n, i, k\}, \{u, n, i, k\}\}$.

   Banyak himpunan kuasa dari A adalah 16.

2. Tentukan banyak anggota untuk himpunan kuasa dari B = {faktor prima dari 330}!

Jawab:

Mencari banyak anggota himpunan kuasa dari himpunan B sama artinya dengan mencari banyak semua himpunan bagian dari himpunan B.

B = {faktor prima dari 330}.

$B = \{2, 3, 5, 11\}$, maka $n(B) = 4$.

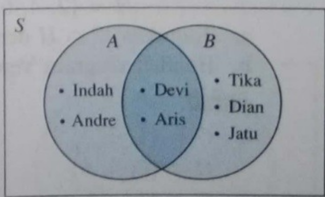
Banyak anggota untuk himpunan kuasa dari B atau $n(P(B)) = 2^4 = 16$.

Latihan 8

1. Tulislah semua himpunan bagian dari:
   a. $\{a, b\}$ b. $\{2, 3, 5\}$
2. Tulislah enam buah himpunan bagian dari {pensil, jangka, buku}!
3. Tulislah semua himpunan bagian dari $H = \{k, m, n, p\}$ yang mempunyai:
   a. dua anggota, berapa banyaknya?
   b. tiga anggota, berapa banyaknya?
4. Berapakah banyak semua himpunan bagian dari $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$?
5. Tentukan banyak semua himpunan bagian dari himpunan berikut!
   a. $C = \{y \mid y < 7, y \in A\}$, A himpunan bilangan asli.
   b. $D = \{p \mid -2 \le p \le 5, p \in B\}$, B himpunan bilangan bulat.
6. a. Banyak himpunan bagian dari himpunan P adalah 32. Tentukan banyak anggota P!
   b. Banyak himpunan bagian dari himpunan Q adalah 1. Tentukan banyak anggota Q!
7. Tulislah himpunan bagian yang tidak kosong dari himpunan berikut!
   a. K = {semua faktor dari 16}.
   b. L = {huruf pembentuk kata "kemasan"}.
8. Tentukan himpunan kuasa dari setiap himpunan berikut!
   a. $\{4\}$ c. $\{\varnothing, a\}$
   b. $\{4, 9\}$ d. $\{\varnothing, y, \{y\}\}$
9. Tentukan banyak anggota dari himpunan kuasa berikut!
   a. $P(\{8\})$ c. $P(\varnothing)$
   b. $P(\{1, 7\})$ d. $P(\{x, \{x\}, \{x, y\}\})$

2.7 Operasi Himpunan

2.7.1 Irisan Himpunan



Gambar 2.9

Perhatikan himpunan A dan B berikut beserta diagram Venn-nya pada Gambar 2.9!

A = {Devi, Aris, Andre, Indah}

B = {Devi, Aris, Tika, Dian, Jatu}

Devi dan Aris menjadi anggota himpunan A dan *sekaligus* menjadi anggota himpunan B.

{Devi, Aris} yang anggota-anggotanya merupakan anggota ***persekutuan*** himpunan A dan B disebut **irisan himpunan A dan B**, ditulis: **$A \cap B$ = {Devi, Aris}**.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

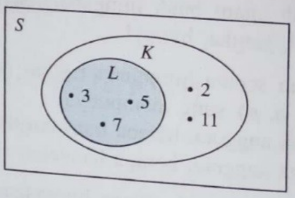
Irisan himpunan A dan B atau $A \cap B$ adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan ***anggota himpunan A*** yang ***sekaligus*** menjadi ***anggota himpunan B*** juga.
Dengan notasi pembentuk himpunan, ***irisan A dan B*** didefinisikan sebagai: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$.

Contoh

1. Diketahui: K = {bilangan prima kurang dari 12},
   L = {bilangan ganjil antara 2 dan 8}.
   a. Tentukan $K \cap L$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
   b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah yang menyatakan $K \cap L$!

   Jawab:

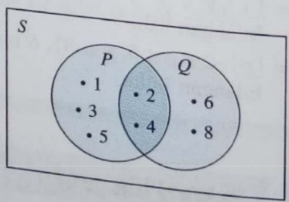
   a. $K = \{2, 3, 5, 7, 11\}$
   $L = \{3, 5, 7\}$
   Anggota K yang sekaligus menjadi anggota L adalah 3, 5, dan 7, maka:
   $K \cap L = \{3, 5, 7\}$.

   b.
   

2. Diketahui: $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
   $Q = \{2, 4, 6, 8\}$.
   a. Tentukan $P \cap Q$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
   b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah yang menyatakan $P \cap Q$!

   Jawab:

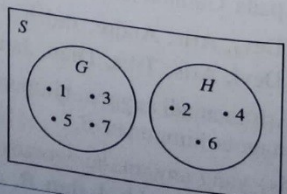
   a. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   $Q = \{2, 4, 6, 8\}$
   Anggota P yang sekaligus menjadi anggota Q adalah 2 dan 4, maka:
   $P \cap Q = \{2, 4\}$.

   b.
   

3. Diketahui: $G = \{1, 3, 5, 7\}$,
   $H = \{2, 4, 6\}$.
   a. Tentukan $G \cap H$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
   b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah yang menyatakan $G \cap H$!

   Jawab:

   a. $G = \{1, 3, 5, 7\}$
   $H = \{2, 4, 6\}$
   $G \cap H = \varnothing$
   Oleh karena $G \cap H$ *tidak mempunyai anggota*, maka *tidak ada* daerah yang diarsir.

   b.
   

Himpunan tersebut merupakan himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas anggota *A saja*, anggota *B saja*, dan anggota *persekutuan A dan B*. Himpunan itu merupakan **gabungan himpunan *A* dan *B***. Gabungan himpunan *A* dan *B* ditulis $A \cup B$.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Gabungan himpunan *A* dan *B* atau $A \cup B$ adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan ***anggota A***, atau ***anggota B***, atau ***anggota persekutuan A dan B***.
Dengan notasi pembentuk himpunan, ***gabungan A dan B*** didefinisikan sebagai:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}.$$

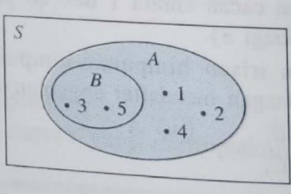
Contoh

1. Diketahui: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
$B = \{3, 5\}$.

a. Nyatakan $A \cup B$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah $A \cup B$!

Jawab:

a. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$B = \{3, 5\}$
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

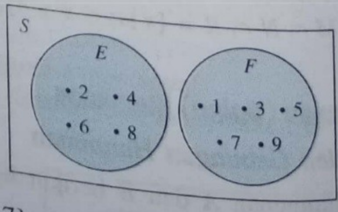
b. 

2. Diketahui: E = {bilangan asli genap kurang dari 10},
F = {bilangan asli ganjil kurang dari 10}.

a. Nyatakan $E \cup F$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah $E \cup F$!

Jawab:

a. $E = \{2, 4, 6, 8\}$
$F = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$E \cup F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b. 

3. Diketahui: K = {bilangan asli kurang dari 7},
L = {lima bilangan prima yang pertama}.

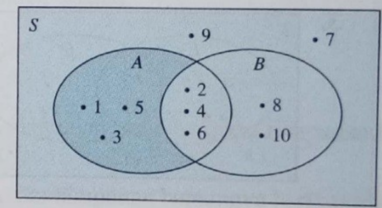
a. Nyatakan $K \cup L$ dengan mendaftar anggota-anggotanya!
b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah $K \cup L$!

4. V = {bilangan genap yang kurang dari 15}, T = {bilangan kelipatan 3 yang kurang dari 15}.
   a. Tentukan $V \cup T$ dengan cara mendaftar anggota-anggotanya!
   b. Buatlah diagram Venn-nya dan arsirlah daerah $V \cup T$!
5. Nyatakan himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya!
   a. $D = \{x \mid 1 < x < 8, x \in \text{bilangan asli}\}$
      $E = \{x \mid 5 \leq x < 10, x \in \text{bilangan asli}\}$
      $F = \{x \mid 4 \leq x \leq 8, x \in \text{bilangan asli}\}$
   b. $D \cup E \cap F$
   c. $D \cap E \cup F$
6. a. Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya!
      $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 4, x \in B\}$
      $Q = \{x \mid -4 \leq x + 2 \leq 5, x \in B\}$
   b. Jika $P \cup Q = \{x \mid a \leq x \leq b\}$, tentukan nilai a dan b!
7. A = {bilangan ganjil antara 10 dan 30}, B = {bilangan prima antara 10 dan 30}.
   a. Tentukan $A \cup B$ dengan mendaftar anggotanya, kemudian tulislah $n(A \cup B)$!
   b. Tentukan $n(A \cup B)$ menggunakan rumus!
8. Diketahui himpunan P dan Q dengan $n(P) = 29$ dan $n(Q) = 21$.
   a. Jika $n(P \cap Q) = 12$, tentukan $n(P \cup Q)$!
   b. Jika $n(P \cup Q) = 43$, tentukan $n(P \cap Q)$!

2.7.3 Selisih Dua Himpunan

Perhatikan himpunan S, A, dan B berikut beserta diagram Venn-nya pada Gambar 2.13!

$S = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 10\}$
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$



Gambar 2.13

Dari himpunan A dan B dapat dibentuk {1, 3, 5}. Himpunan tersebut adalah himpunan anggota A yang *tidak menjadi anggota* B, disebut dengan ***selisih himpunan A dan B***, ditulis $\boldsymbol{A - B}$.

Selisih himpunan A dan B atau $\boldsymbol{A - B}$ adalah himpunan ***semua anggota A yang tidak menjadi anggota B***.
Dengan notasi pembentuk himpunan, ***selisih himpunan A dan B*** didefinisikan sebagai:

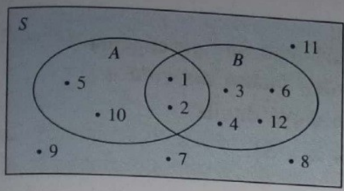
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}.$$

Contoh

1. Diketahui: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 4, 7\}$, dan $B = \{2, 3, 5, 6, 7\}$. Tentukan selisih himpunan berikut!
   a. $A - B$
   b. $B - A$

   Jawab:
   a. Anggota A yang *tidak* menjadi anggota B adalah 1 dan 4, maka: $A - B = \{1, 4\}$.
   b. Anggota B yang *tidak* menjadi anggota A adalah 2, 5, dan 6, maka: $B - A = \{2, 5, 6\}$.

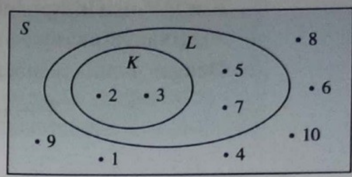
4.



Dari diagram Venn di atas, tentukan selisih himpunan berikut!

a. $A - B$
b. $B - A$
c. $S - A$
d. $S - (A \cup B)$
e. $(A \cup B) - (A \cap B)$
f. $(A \cap B) - (A \cup B)$

5. Perhatikan diagram berikut!



Dari diagram Venn di atas, tentukan hasil operasi himpunan berikut!

a. $K - L$,
b. $L - K$,
c. $(K \cap L) - (K \cup L)$,
d. $(K \cup L) - (K \cap L)$.

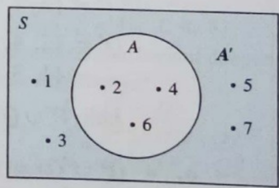
2.7.4 Komplemen Himpunan

Pada Subbab 2.4 telah dibahas tentang pengertian himpunan semesta, yaitu himpunan yang memuat *semua* anggota himpunan yang dibicarakan, misalnya:

Himpunan semesta dari $P = \{2, 4, 6, 8\}$ di antaranya adalah:
{bilangan cacah}, *atau*
{bilangan cacah genap}, *atau*
{bilangan asli kurang dari 10}.

Karena semua anggota himpunan P menjadi anggota himpunan semesta, maka himpunan P merupakan *himpunan bagian* dari himpunan semesta.

Selanjutnya perhatikan himpunan semesta dan salah satu himpunan bagiannya berikut ini!
Himpunan semesta, yaitu $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
Himpunan bagian, yaitu $A = \{2, 4, 6\}$.



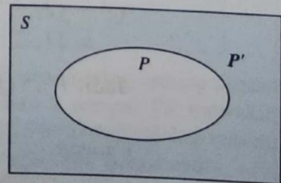
Gambar 2.14

Berdasarkan himpunan-himpunan di atas, dapat dibentuk himpunan baru yang anggota-anggotanya adalah *semua* anggota himpunan S yang ***bukan*** anggota himpunan A, yaitu $\{1, 3, 5, 7\}$. Himpunan baru itu disebut **komplemen** dari himpunan A terhadap himpunan S dan ditulis dengan notasi $\boldsymbol{A'}$ atau A^c.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
$A = \{2, 4, 6\}$, maka $A' = \{1, 3, 5, 7\}$.

Selanjutnya perhatikan komplemen dari himpunan berikut!

Bila S = {bilangan bulat}, dan
P = {bilangan bulat negatif},
maka P' = {bilangan bulat tidak negatif}
$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$.



Gambar 2.15

Perhatikan bahwa komplemen dari himpunan P atau P' merupakan ***pelengkap*** dari himpunan P sehingga himpunan P dan P' membentuk *himpunan semesta S*.

Daerah yang diarsir pada Gambar 2.15 merupakan komplemen himpunan P atau P' yang berada di luar himpunan P.

7.

Sumber gambar: Dokumen Penulis

Pada sebuah agen koran dan majalah terdapat 30 orang berlangganan koran dan majalah, 40 orang berlangganan koran, dan 15 orang hanya berlangganan majalah.

a. Buatlah diagram Venn-nya!

b. Berapa banyak pelanggan seluruhnya?

8.

Sumber gambar: Dokumen Penulis

Dari 120 siswa yang didata tentang acara televisi yang disukai, 79 orang menyukai acara sinetron, 71 orang menyukai acara olahraga, dan 12 orang *tidak* menyukai kedua acara tersebut. Berapa orangkah yang hanya menyukai acara olahraga?

9. Dalam sekelompok anak, setelah diadakan pencatatan mengenai olahraga kegemarannya didapat data sebagai berikut:

20 anak gemar voli,
18 anak gemar basket,
25 anak gemar sepak bola,
12 anak gemar voli dan basket,
10 anak gemar basket dan sepak bola,
13 anak gemar voli dan sepak bola,
8 anak gemar ketiga jenis olahraga tersebut, dan 9 anak tidak gemar ketiganya.

a. Buatlah diagram Venn berdasarkan keterangan di atas!

b. Tentukan banyak anak dalam kelompok tersebut!

10. Dalam sebuah kantor terdapat 48 orang karyawan. Setelah dilakukan pencatatan mengenai jenis minuman yang disukainya, diperoleh data sebagai berikut:

23 orang suka minum susu,
19 orang suka minum teh,
20 orang suka minum kopi,
13 orang suka minum susu dan teh,
9 orang suka minum susu dan kopi,
7 orang suka minum teh dan kopi,
5 orang menyukai ketiga minuman tersebut.

a. Buatlah diagram Venn berdasarkan keterangan di atas!

b. Berapa orang yang tidak menyukai ketiga jenis minuman tersebut?

2.9 Sifat-Sifat Operasi Himpunan (*Pengayaan*)

2.9.1 Sifat Komutatif (*Pengayaan*)

a. *Sifat Komutatif Irisan*

Kegiatan Siswa

Salin dan lengkapilah soal dan isian berikut!

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{3, 5, 7, 8\}$

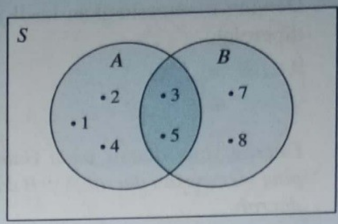
a. Himpunan yang anggotanya merupakan anggota A dan sekaligus merupakan anggota B adalah $\{\_\_, \_\_\}$.

Jadi, $A \cap B = \{\_\_, \_\_\}$.

b. Himpunan yang anggotanya merupakan anggota B dan sekaligus merupakan anggota A adalah {__, __}.
Jadi, $B \cap A$ = {__, __}.

Dengan memperhatikan hasil jawaban **1a** dan **1b**, diperoleh:
$A \cap B$ = __ $\cap$ __ = {__, __}.

Daerah yang diarsir pada Gambar 2.16 di samping merupakan daerah $A \cap B$ dan sekaligus menjadi daerah __ $\cap$ __.



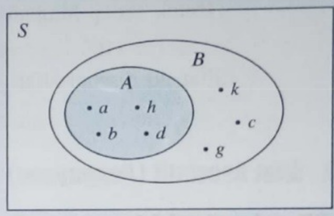
Gambar 2.16

2. $A = \{a, b, d, h\}$
$B = \{a, b, c, d, g, h, k\}$

a. Anggota himpunan yang merupakan anggota A dan sekaligus menjadi anggota B adalah a, b, d, dan h, maka:
$A \cap B$ = {__, __, __, __}.

b. Anggota himpunan yang merupakan anggota B dan sekaligus menjadi anggota A adalah __, __, __, dan __, maka:
$B \cap A$ = {__, __, __, __}.

Dengan memperhatikan hasil jawaban **2a** dan **2b** di atas, maka diperoleh $A \cap B$ = __ $\cap$ __.



Gambar 2.17

Daerah yang diarsir merupakan daerah $A \cap B$ dan sekaligus menjadi daerah __ $\cap$ __.

Berdasarkan hasil kegiatan **1** dan **2** di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

> Untuk setiap himpunan A dan B selalu berlaku sifat berikut:
> **$A \cap B$ = __ $\cap$ __.**
> Sifat ini disebut sifat ____________ pada *irisan himpunan.*

b. *Sifat Komutatif Gabungan*

Kegiatan Siswa

Salin dan lengkapilah soal dan isian berikut!

Diketahui: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$B = \{3, 5, 7, 8\}$

a. Himpunan yang elemennya merupakan anggota A, atau anggota B, atau anggota persekutuan A dan B adalah {__, __, __, __, __, __, __}.
Jadi, $A \cup B$ = {__, __, __, __, __, __, __}.

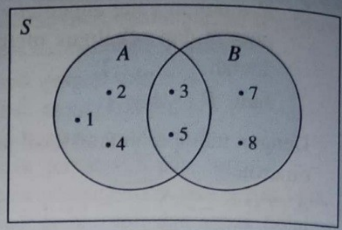
b. Himpunan yang elemennya merupakan anggota B, atau anggota A, atau anggota persekutuan B dan A adalah {__, __, __, __, __, __, __}.
Jadi, $B \cup A$ = {__, __, __, __, __, __, __}.

Dengan memperhatikan hasil jawaban **a** dan **b**, diperoleh:

$A \cup B$ = __ ∪ __

= {__, __, __, __, __, __, __}.

Daerah yang diarsir pada Gambar 2.18 di samping merupakan daerah $A \cup B$ dan juga merupakan daerah __ ∪ __.



Gambar 2.18

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

> Untuk setiap himpunan A dan B selalu berlaku sifat berikut:
>
> **$A \cup B$ = __ ∪ __.**
>
> Sifat ini disebut sifat ____________ pada *gabungan himpunan*.

2.9.2 Sifat Asosiatif (*Pengayaan*)

a. *Sifat Asosiatif Irisan*

Diketahui himpunan-himpunan berikut:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

$C = \{5, 6, 7, 9, 10, 11\}$

Kita selidiki sifat asosiatif irisan himpunan berikut.

a. $A \cap B = \{3, 4, 6, 7\}$.

$(A \cap B) \cap C = \{3, 4, 6, 7\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10, 11\}$
$= \{6, 7\}$.

b. $B \cap C = \{6, 7, 9\}$.

$A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{6, 7, 9\}$
$= \{6, 7\}$.

Perhatikan hasil jawaban **a** dan **b** di atas, ternyata $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

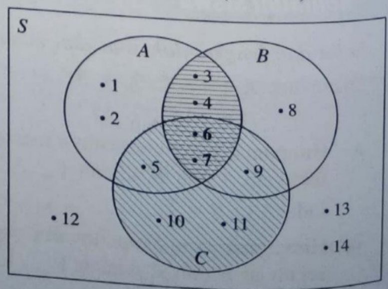
Mari kita periksa hubungan operasi himpunan di atas dengan menggunakan diagram Venn.

Perhatikan Gambar 2.19 di samping!

Kita arsir daerah himpunan $(A \cap B)$ dan himpunan C dengan *arah arsiran* yang *berbeda*.

Daerah himpunan $(A \cap B)$ diarsir dengan garis *mendatar*, dan daerah himpunan C diarsir dengan garis *miring*.

Daerah yang terkena arsiran dua kali merupakan daerah $(A \cap B) \cap C$.



Gambar 2.19

Perhatikan Gambar 2.20 di samping!

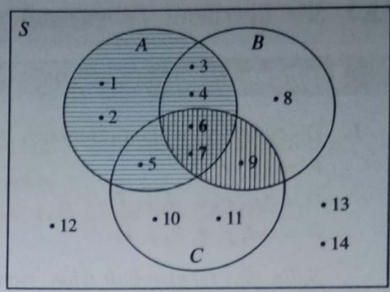
Kita arsir daerah himpunan A dan $(B \cap C)$ dengan *arah arsiran* yang *berbeda*.

Daerah himpunan A diarsir dengan garis *mendatar*, dan daerah himpunan $(B \cap C)$ diarsir dengan garis *tegak*.

Daerah yang terkena arsiran dua kali merupakan daerah $A \cap (B \cap C)$.

Ternyata daerah arsiran $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.



Gambar 2.20

Untuk setiap himpunan A, B, dan C selalu berlaku sifat berikut:

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C).$$

Sifat ini disebut sifat ***asosiatif*** pada *irisan himpunan.*

b. Sifat Asosiatif Gabungan

Kegiatan Siswa

Diketahui himpunan-himpunan berikut:

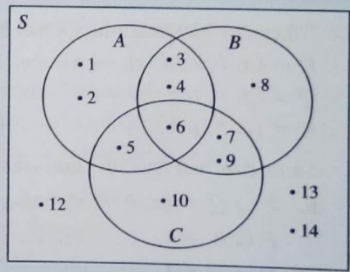
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

$C = \{5, 6, 7, 9, 10\}$

Salin dan lengkapilah isian-isian berikut!

Perhatikan Gambar 2.21 di samping!



Gambar 2.21

a. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$(A \cup B) \cup C$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cup \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$

$= \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}.$

b. $B \cup C = \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}.$

$A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cup \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$

$= \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}.$

Dari hasil jawaban **a** dan **b** di atas, diperoleh $(A \cup B) \cup C = A \_\_ (B \_\_ C)$.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

Untuk setiap himpunan A, B dan C selalu berlaku sifat berikut:

$$(A \cup B) \cup C = A \_\_ (B \_\_ C).$$

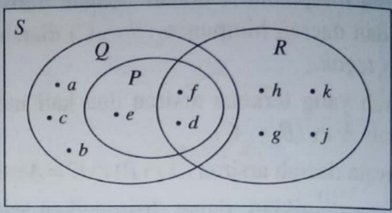
Sifat ini disebut sifat __________ pada __________ *himpunan.*

2.9.3 Sifat Distributif (*Pengayaan*)

Kegiatan Siswa

1. Diketahui himpunan-himpunan berikut:

$P = \{d, e, f\}$
$Q = \{a, b, c, d, e, f\}$
$R = \{d, f, g, h, j, k\}$



Gambar 2.22

Salin dan lengkapilah isian-isian berikut!

a. $P \cap Q = \{d, e, f\}$.
$P \cap R = \{\_\_, \_\_\}$.
$Q \cup R = \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$.

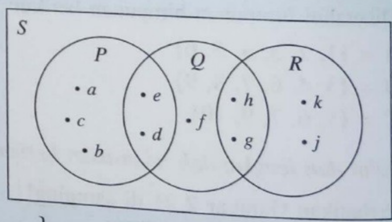
b. $P \cap (Q \cup R) = \{\_\_, \_\_, \_\_\} \cap \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$
$= \{\_\_, \_\_, \_\_\}$.

c. $(P \cap Q) \cup (P \cap R) = \{\_\_, \_\_, \_\_\} \cup \{\_\_, \_\_\}$
$= \{\_\_, \_\_, \_\_\}$.

Dari hasil jawaban **b** dan **c** di atas, ternyata $\mathbf{P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q)\ \_\_\ (P\ \_\_\ R)}$.

2. Diketahui himpunan-himpunan berikut:

$P = \{a, b, c, d, e\}$
$Q = \{d, e, f, g, h\}$
$R = \{g, h, j, k\}$



Gambar 2.23

Salin dan lengkapilah isian-isian berikut!

a. $P \cup Q = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$.
$P \cup R = \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$.
$Q \cap R = \{\_\_, \_\_\}$

b. $P \cup (Q \cap R) = \{a, b, c, d, e\} \cup \{\_\_, \_\_\}$
$= \{a, b, c, d, e, \_\_, \_\_\}$.

c. $(P \cup Q) \cap (P \cup R) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\} \cap \{\_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_\}$
$= \{a, b, c, d, e, g, h\}$.

Dari hasil jawaban **b** dan **c** di atas, ternyata $\mathbf{P \cup (Q \cap R) = (P\ \_\_\ Q) \cap (P\ \_\_\ R)}$.

Berdasarkan hasil kegiatan 1 dan 2, dapat disimpulkan sebagai berikut.

> Untuk setiap himpunan P, Q, dan R selalu berlaku sifat berikut:
> 1. $\mathbf{P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q)\ \_\_\ (P\ \_\_\ R)}$.
> 2. $\mathbf{P \cup (Q \cap R) = (P\ \_\_\ Q) \cap (P\ \_\_\ R)}$.
>
> Sifat ini disebut sifat ***distributif*** pada *irisan* dan *gabungan*.